

TD n°2

Normes et α -coupes

Exercice 1 – Normes et conormes triangulaires

Imaginer une autre T-norme et une autre T-conorme que celles vues en cours.

Rappels :

T-norme T

Soit une fonction $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ telle que $\forall x, y, z \in [0,1]$:

- $T(x,y) = T(y,x)$ (commutativité)
- $T(x, T(y,z)) = T(T(x,y), z)$ (associativité)
- $T(x,y) \leq T(z,t)$ si $x \leq z$ et $y \leq t$ (monotonie)
- $T(x,1) = x$ (1 est élément neutre)

T-conorme $\perp$

Soit une fonction $\perp: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ telle que $\forall x, y, z \in [0,1]$:

- $\perp(x,y) = \perp(y,x)$ (commutativité)
- $\perp(x, \perp(y,z)) = \perp(\perp(x,y), z)$ (associativité)
- $\perp(x,y) \leq \perp(z,t)$ si $x \leq z$ et $y \leq t$ (monotonie)
- $\perp(x,0) = x$ (0 est élément neutre)

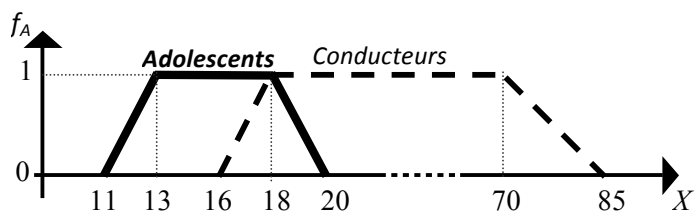
Exercice 2 – Dualité

- Montrer que les opérateurs $\min$ et $\max$ sont duaux.
- Les t-norme et t-conorme imaginées dans l'exercice 1 sont-elles duales ?

Exercice 3 – Intersection et union de SEFs

- Calculer $A \cap B$ et $A \cup B$ en prenant plusieurs t-normes et t-conormes dans les 2 cas suivants :

- $X = \{\text{chat, guépard, tigre}\}$ (félidés)
 - o félidés rapides : $A = 0.3 / \text{chat} + 1.0 / \text{guépard} + 0.6 / \text{tigre}$
 - o grands félidés : $B = 0.1 / \text{chat} + 0.7 / \text{guépard} + 1.0 / \text{tigre}$
- $X = [0, 110]$ (ensemble des âges)
 - o Adolescents : A
 - o Conducteurs : B



- Comparer, graphiquement, les différents effets des t-normes et t-conormes choisies.

Exercice 4 – α -coupes

- Reprendre le SEF A des adolescents et construire les α -coupes de A avec $\alpha = 0$; $\alpha = 0.6$; $\alpha = 1$

- Vérifier que :

- Si $\alpha > \alpha'$ alors $A_\alpha \subseteq A_{\alpha'}$ et si $B \subseteq A$ alors $B_\alpha \subseteq A_\alpha$
- $(A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha$ et $(A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha$
- $\forall x \in X, f_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \alpha f_{A_\alpha}(x)$ (i.e. on peut reconstruire A à partir de ses α -coupes).