

TD Logique n°2

Logique des propositions

1. Réduire en conjonctions et/ou négations

- 1.1 $(p \Rightarrow q) \vee r$
- 1.2 $\neg(\neg p \Rightarrow \neg q)$
- 1.3 $(p \vee q) \Leftrightarrow r$

2. Les propositions suivantes sont-elles équivalentes ?

- 2.1 A. Marie ne peut prendre des décisions importantes sans rêver d'être Mary Robinson.
B. Marie ne prend pas des décisions importantes ou elle rêve d'être Mary Robinson.
- 2.2 A. Lewton ou Newton a découvert la gravitation.
B. On ne peut dire que ni Lewton ni Newton n'ont découvert la gravitation.
- 2.3 A. S'il y a de la vie sur Mars, il y a une atmosphère sur celle-ci et des êtres vivants.
B. Il est impossible qu'il y ait vie sur Mars et pas d'atmosphère ou pas d'êtres vivants.
- 2.4 A. Ou bien Jean dîne chez Paul ou bien il dîne chez Marie.
B. Il est faux que Jean dîne chez Paul si et seulement s'il dîne chez Marie.

3. Evaluer, par la méthode des graphes, les propositions suivantes :

- 3.1 $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow m)$
- 3.2 $(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
- 3.3 $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow p$
- 3.4 $(p \wedge q) \Rightarrow q$
- 3.5 $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
- 3.6 $[p \vee (p \wedge \neg q)] \Leftrightarrow p$

4. Démontrer les théorèmes suivants en utilisant uniquement le système d'axiomes de Lukasiewicz, les règles de substitution et détachement ainsi que les équivalences fondamentales comme $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

- 4.1 $p \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow p)$
- 4.2 $p \Rightarrow p$
- 4.3 $\neg(\neg p \vee p) \Rightarrow q$